

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

空蝕水翼設計與性能解析(II)

Design and Performance Analysis of Cavitating Hydrofoils (II)

計畫編號：NSC 87-2611-E002-043

執行期限：86 年 8 月至 87 年 7 月

執行單位：臺灣大學造船及海洋工程研究所

主持人：郭真祥

研究助理：田曉真

一、中文摘要

水翼或螺槳葉片在高速度之運作環境下，因為負荷的加重，一般皆會產生空蝕現象，影響其原有之性能，本研究之目的即在於建立此類流場之計算理論模型與電腦程式，以為各種二維或三維翼形在局部空蝕或超空蝕(partial- or super-cavitating)狀況下，性能分析之計算工具。

本年度之研究重點係針對二維水翼空蝕問題(包括局部空蝕及超空蝕)，其中採用以速度勢為基礎(potential-based)之定值小板法，在水翼與空泡外形分佈偶流(doublet)，另外只在空泡上分佈源流(source)，空泡長度為預先設定，各小板之偶流與/或源流強度則以 Dirichlet 型邊界條件求解，空泡形狀之成長是以空泡上之壓力分佈等於常數(等於產生空蝕之蒸氣壓)為條件，此一過程是以疊代方式求解空泡上源流強度直到其變化率為零來加以模擬，又空泡封閉條件對於空泡形狀之形成頗為有效。在收斂的情況下，由預設之空泡長度計算空蝕係數及升力、曳力與壓力分佈等物理特性，在一些現成翼形計算實例中，所得之結果與現有之理論或實驗數據比較，針對局部空蝕及超空蝕兩種情形，皆顯示良好之一致性。

關鍵詞：水翼、局部空蝕、超空蝕、小板法

Abstract

The purpose of this project is to develop a computational software system for design and performance analysis of two-

dimensional and three dimensional cavitating hydrofoils. For further applications, the problems concerning partial cavitation and supercavitation are dealt with together in this project. The focal point for this year is put on 2d-problem. A constant-valued and potential-based boundary element method is used. The problem is solved to fulfill the Dirichlet-type boundary condition. Thereby, Doublets are distributed on the wetted part of the hydrofoil and the cavity while sources only on the cavity. With a given cavity-length and an angle of attack, their strengths are determined iteratively until the source strengths on the cavity unchange. In the computation, the closure-condition has shown an effective influence on the forming of the final cavity-shape. At the end, the relating physical properties such as cavitation no., pressure distribution, lift-and drag- coefficient can be easily calculated. Numerical results obtained with present method for several existing hydrofoil shapes has shown good agreement with that obtained with other theories and experiment.

Keywords: Hydrofoil, Partial Cavitation Supercavitation

二、緣由與目的

高速艇為世界各先進造船國家競相發展之船型，其用以產生升力或推力之器具，如水翼或螺槳等因必須在高速(四十節以上)的環境下運轉，依照以往在商船方面設計邏輯，利用水翼翼面或螺槳葉片幾何外型的塑造，以儘量避免空蝕之發生，有

其實上之困難。因此，在考慮帶有空蝕或超空蝕的前提下，如何設計此類推進器，以達到最佳之預期性能，無疑是此型船艇發展的一項重要課題。

在另一方面，於船舶流體動力或其他工程之應用領域裡，如泵或水噴式推進器，因空蝕的發生，亦產生顯著有害的效應，其中包括因過度振動而產生的結構破壞、翼面表面之侵蝕(corrosion)、噪音傳播等，亦與空蝕過程中之氣泡破滅有密切之關連。因此，若能對可能產生空蝕之流場，在設計階段，即做一可靠之預測，也有助於空蝕相關問題或損壞的控制。

本計畫旨在研究二維及三維水翼在空蝕狀況下計算上的相關問題，其中包括理論計算模型的建立，電腦應用程式的完成以及各項性能參數與幾何參數關係之討論，目標則希望這些基礎性之研究結果可延伸應用於幾何形狀較複雜之螺槳之設計，以支援其他子計畫之需要，進而建立國內在高速艇推進器整體分析與設計之能力。

相關之研究，在國外方面有文獻[1]-[13]，國內則有[14]-[17]，本年度處理二維問題，主要參照文獻[10]及[1]、[8]、[9]之結果。

三、基本理論及數值方法

在一開闊、穩定及不可壓縮之勢流場中，流體通過有一二維翼，如圖 1 所示，假設翼形之導緣(leading edge)與座標之原點重合，而尾緣(trailing edge)置於正 x 軸上，入流方向與 x 軸形成之攻角為 α ，則總速度 $\vec{V}$ 可由總速度勢(velocity potential) Φ 之梯度表示如下：

$$\vec{V} = \nabla \Phi \quad (1)$$

其中總速度勢 Φ 又可表示成入流速度勢 $\vec{U}_\infty \cdot \vec{q}$ ($\vec{U}_\infty$ 為入流速度， $\vec{q}(x, y)$ 為速度場中任一點之位置向量)與干擾速度勢 ϕ 之和：

$$\Phi = \vec{U}_\infty \cdot \vec{q} + \phi \quad (2)$$

總速度勢 Φ 除了須滿足 Laplace 方程

式：

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (3)$$

另外還必須滿足下列邊界條件：

1. 無限遠處條件：

$$\nabla \Phi \rightarrow \vec{U}_\infty \quad (4)$$

2. 在物體表面上的不穿透條件：

$$\vec{n} \cdot \vec{V} = \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (5)$$

3. Kutta 條件：

$$\left| \vec{V}_{T.E.} \right| < \infty \quad (6)$$

4. 在空泡表面上之運動邊界條件：

$$\frac{DF}{Dt} = 0 \quad (7)$$

其中 $F(x, y)$ 表示空泡外形之函數

5. 在空泡表面上之動力邊界條件：

$$p = p_v \quad (8)$$

6. 空泡之封閉條件：

$$T^c(x_{cte}) = 0 \quad (9)$$

7. 針對超空蝕之情況，翼形尾緣處之流離(detachment)條件，即在尾緣處速度向量的連續性：

$$\lim_{A \rightarrow T.E.} \vec{V}_A = \lim_{B \rightarrow T.E.} \vec{V}_B \quad (10)$$

在解得速度勢(即偶流強度)後，由其梯度可計算翼形與空泡上之切向速度 $\left| \vec{V}_t \right|$ ，利用 Bernoulli 方程式即可算出壓力 p ，再進一步計算壓力係數 c_p 及空蝕係數 σ 如下：

$$C_p \equiv \frac{p - p_\infty}{1/2 \rho U_\infty^2} = 1 - \left(\frac{\left| \vec{V}_t \right|}{U_\infty} \right)^2 \quad (11)$$

$$\sigma \equiv \frac{p_x - p_v}{1/2 \rho U_\infty^2} = -C_{pv} = \left(\frac{\left| \vec{V}_c \right|}{U_\infty} \right)^2 - 1 \quad (12)$$

其中 $U_\infty = \left| \vec{U}_\infty \right|$ ， ρ 為水之密度， p_∞ 為無限遠處之壓力， $\left| \vec{V}_c \right|$ 為空泡表面上之切向速度。由於在空泡表面之壓低係等於水之蒸氣壓，為一常數，故式(8)所表示之動力邊界條件可以運動邊界條件取代，即 $\left| \vec{V}_c \right|$ 亦為一常數：

$$\left| \vec{V}_c \right| = const \quad (13)$$

而作用於翼形上之升力 L 、曳力 D 、力矩 M 以及空泡體積 Vol 等物理特性可加以計算，其無因次係數以下列關係式計算：

升力係數 C_L 為：

$$C_L = \frac{L}{1/2\rho U_\infty^2 c} = -\int_{SB} C_p \frac{\rho}{t} \cdot \frac{\bar{U}_\infty}{U_\infty} ds \quad (14)$$

曳力係數 C_D 為：

$$C_D = \frac{D}{1/2\rho U_\infty^2 c} = -\int_{SB} C_p h \cdot \frac{\bar{U}_\infty}{U_\infty} ds \quad (15)$$

力矩係數 C_M (以導緣為基準點) 為：

$$C_M = \frac{M}{1/2\rho U_\infty^2 c^2} = -\int_{SB} C_p \bar{r} \times h ds \quad (16)$$

而空泡體積 Vol 可由空泡厚度函數算得：

$$Vol = \int_0^{l_{cov}} T^c(x) dx \quad (17)$$

為了解總速度勢，一般常用奇異分佈方法為之，本計畫沿用 Lee[10] 提出之方法：分別在翼形表面與跡流布置偶流，而在空泡表面則除了偶流外，另加上源流，源流之作用為產生通量，由其大小之改變來控制空泡形狀之伸縮，空泡之形狀可沿流線方向積分求得，如此依照[10]，上述之偶流及源流強度滿足下面所示之運動邊界條件

$$\begin{aligned} \Phi^-(\bar{q}) = 0 = & \bar{U}_\infty \cdot \bar{q} + \frac{\mu(\bar{q})}{2} \\ & + \int_{S_B \cup S_C} \frac{\mu(\bar{p})}{2\pi} \frac{\partial}{\partial n_\xi} \log R(\bar{q}, \bar{p}) dS \\ & + \int_{S_C} \frac{\delta(\bar{p})}{2\pi} \log R(\bar{q}, \bar{p}) dS \\ & + \int_{S_w} \frac{\mu_w}{2\pi} \frac{\partial}{\partial n_\xi} \log R(\bar{q}, \bar{p}) dS \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$\delta(\xi)$ = 源流強度

$\mu(\xi)$ = 偶流強度

$\bar{q}(x, y)$ = 擬計算誘導速度勢之場點

$\bar{p}(\xi, \eta)$ = 奇異點所在之點

$R(\bar{q}, \bar{p})$ = $\bar{q}$ 和 $\bar{p}$ 之距離

$$= \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial n_\xi} = \bar{p} \text{ 點處之翼形表面法向導數}$$

另外， S_B ， S_C 及 S_w 分別表示翼形表面，空泡表面及跡流表面。以數值方法求解式(18)，可將整個翼形及空泡合成表面離散為 N^D 個小板，加上跡流 1 個小板，共 $N^D + 1$ 個小板，在這些小板上分佈偶流，其中包含了 N^S 個空泡表面小板，只分佈了源流，如此，式(18)針對局部空蝕情況可進一步以離散方式表示如下：

$$\begin{aligned} \Phi_i^- = 0 = & \bar{U}_\infty \cdot \bar{q}_i^p + \sum_{j=1}^{N^D} \frac{\mu_j}{2\pi} \beta_{ij} + \sum_{k=1}^{N^S} \frac{\delta_k}{2\pi} \alpha_{ik} \\ & + \frac{\mu_w}{2\pi} \beta_{iw} \end{aligned} \quad (19)$$

針對超空蝕之情況，為了在翼形尾緣處能產生連續性之流離條件，需強迫空泡下表面於尾緣處之斜率等於翼形幾何在此處之斜率，此一條件可表示為：

$$\delta_{cdpte} = \left| \bar{U}_\infty \left\{ \frac{d}{dx} h'(x) \right\} \right|_{T.E.} \quad (20)$$

其中 δ_{cdpte} 為緊接尾緣之空泡流離點處之源流強度，而 $h'(x)$ 則表示翼形下表面之外形函數。

如此對於超空蝕情況下式成立：

$$\begin{aligned} \Phi_i^- = 0 = & \bar{U}_\infty \cdot \bar{q}_i^p + \frac{q_{cdpte}}{2\pi} \alpha_{i(cdpte)} + \sum_{j=1}^{N^D} \frac{\mu_j}{2\pi} \beta_{ij} \\ & + \sum_{k=1}^{N^S-1} \frac{\delta_k}{2\pi} \alpha_{ik} + \frac{\mu_w}{2\pi} \beta_{iw} \end{aligned} \quad (21)$$

其中下標 $cdpte$ 表示下游方向緊鄰翼形尾緣之小板標號。

Kutta 條件式(6)則依照 Morino 之建議，以下式近似表示：

$$\mu_w = \Phi_{N^D} - \Phi_1 = \mu_{N^D} - \mu_1 \quad (22)$$

其中下標 1 與 N^D 連結了下面與上面小板，局部空蝕情況係指翼形尾緣，而超空蝕情況則指空泡尾緣。

空泡表面上之動力邊界條件，因需滿足壓力(亦即速度)等於常數，空泡第 j 個源流小板之速度勢(亦即偶流強度)可以下式表示

$$\mu_j^{u,j} = \mu_{cdp}^{u,l} + \left| \bar{V}_c \right| \sum_{k=1}^j \Delta S_k^{u,l} \quad (23)$$

其中 $\Delta s_k^{u/l}$ 表示沿空泡上及下表面第 k 個小板之長度，如此在空泡上並無待解之偶流強度而只有 $\left| \frac{p}{\rho c} \right|$ 。

最後針對空泡封閉條件：局部空蝕之情況可以下式表示

$$\sum_{k=1}^{N^s} \delta_k \Delta s_k = 0 \quad (24)$$

而超空蝕之情況則為

$$\sum_{k=1}^{N^s-1} \delta_k \Delta s_k = -\delta_{cdpte} \Delta s_{cdpte} \quad (25)$$

其中 Δs_{cdpte} 表示連接尾緣之空泡小板之長度。

局部空蝕情況之未之數目有 N^D 個，其中包括 $N^D - N^s$ 個偶流， N^s 個源流及 $\left| \frac{p}{\rho c} \right|$ ，可由(19)式及(24)式所組成之聯立方程式求得，而超空蝕情況則只有 N^D 個未知數，原因為 δ_{cdpte} 可由(20)是加以決定。

四、計算結果與討論

1. 局部空蝕之計算結果

局部空蝕部份是利用 NACA 16-006 翼形做為計算實例，以便對所建立之電腦程式加以測試及計算之結果予以驗證，首先在某一攻角 α 及給定之空泡長度 l/c 下，將翼形以不同數目之小板輸入計算，其中為了瞭解計算過程之收斂性，乃將每次迭代計算後之結果(如表 1)整理繪製關係圖示，針對攻角 $\alpha=4$ 度及空泡長度 $l/c=0.5$ 所得空蝕係數 σ 之結果，圖中顯示對於不同小板數目之計算，迭代次數皆在約 7 次即可得到收斂的結果，迭代次數由小至大(1 至 4 次)的收斂趨勢雖與參考文獻[10]有異，唯以較高小板數(301)所得之 σ 收斂值(0.896)則與[1]頗為接近，而無因次之空泡容積 $vol/(c^{**2})$ 之結果如圖 2，在此行情況下之空泡形狀則如圖 3 所示(只顯示第 1 次與第 5 次迭代之結果)，以不同小板數目所得壓力分佈則如圖 4，此二圖之數值與文獻[10]比較皆極為接近，最後將空泡長度做變化，在一特定攻角之條件下，求其對應之空蝕係數，並整理空泡長度 l/c 及攻角與空蝕係數比 α/σ 之關係，圖 5、

圖 6 及圖 7 係針對 NACA 16-006 翼形在不同厚度(6%、9%及 12%)之關係曲線，圖中亦載入 Uhlman[8]與 Lee[10]計算之結果，相互比較，差異不大。

2. 超空蝕之計算結果

超空蝕部份則是以平板做為計算實例，為了能與其他文獻計算結果比較，首先選定空泡長度 $l_{cav}/c=1.392$ 及攻角 $\alpha=4$ 度之情況加以計算，分別以小板數目等於 101、151、201 及 251 代入，圖 8 為在不同迭代次數下之計算結果，其中包括之參數為攻角與空蝕係數比 α/σ 以及升力係數 c_l 力矩係數 c_m 與體積對攻角之比值，此圖顯示在迭代次數大於 4 時，計算之結果已達收斂，而以不同小板數目整理所得之收斂測試結果則如圖 9 所示，於該情況下利用 151 個小板在迭代次數 $N=10$ 所得之空泡形狀以及壓力分佈分別如圖 10 及圖 11 所示，另外以 $l_{cav}/c=1.05$ 與 $\alpha=4$ 度及 $l_{cav}/c=7.28$ 與 $\alpha=20$ 度計算，所得之空泡形狀則如圖 12 及圖 13，將圖 10 至圖 13 之結果與 Lee[10]計算之結果比較，可知由本計畫建立之電腦程式計算之結果亦頗為合理準確。最後再仿照文獻[10]，利用不同給定之空泡長度($l_{cav}/c=1.05, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.28$)及攻角($\alpha=2, 4, 8, 10, 15, 20$ 度)加以計算，相關各物理性參數相對於攻角與空蝕係數比 α/σ 之關係則整理於圖 14 至圖 18，並與 Geurst 之線性理論[1]計算結果、Uhlman 之非線性理論[9] 計算結果及 Wade & Acosta 實驗結果(數據取自[9])比較，其數值分佈趨勢亦與 Lee[10]之結果頗為一致。

由上面之說明可知：在本年度所建立之計算程式對於二維翼形局部空蝕及超空蝕問題分析之適用性，藉由 NACA 16-006 翼形及平板之計算與比較，已經加以初步的驗證，在後續工作裡，擬針對其他各式翼形做深入之計算，以臻實用之目標。

五、參考文獻

- [1] Geurst, J.A, "Linearized Theory for Fully Cavitated Hydrofoils, "International Shipbuilding Progress, Vol. 7, No. 65,

- January 1960.
- [2] Tulin, M.P., "Supercavitating Flows-Small Perturbation Theory", JOURNAL OF SHIP RESEARCH, Vol.1.7, No.3, Jan.1964, pp.16-37.
- [3] Kinnas, S.A. and Fine, N.E., "Theoretical Prediction of the Midchord and Face Unsteady Propeller Sheet Cavitation" in Proceedings, 5th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Hiroshima, Japan, September 1989.
- [4] Kinnas, S.A. "Inversion of the Source and Vorticity Equations for Supercavitation Hydrofoils." Journal of Engineering Mathematics, 1992, pp. 349-361.
- [5] Kinnas, S.A., "Leading-edge corrections to the linear theory of partially cavitating hydrofoils." JOURNAL OF SHIP RESEARCH, Vol 35, No.1, March 1991, pp.15-27.
- [6] Fine, N.E., and Kinnas, S.A., "A Boundary Element Method for the Analysis of the Flow Around 3-D Cavitating Hydrofoils," Journal of Ship Research, Vol.37, No.3, Sept 1993, pp.213-224.
- [7] Kinnas, S.A. and Mazel, C.H., "Numerical Versus Experimental Cavitation Tunnel" (A Supercavitating Hydrofoil Experiment) Trans. of the ASME, Vol. 115, 1993, pp.760-765.
- [8] Uhlman, J.S., "The surface singularity method applied to partially cavitating hydrofoils." JOURNAL OF SHIP RESEARCH, Vol. 31, No.2, JUNE 1987, pp. 107-124.
- [9] Uhlman, J.S., "the surface singularity or boundary integral method applied to supercavitating hydrofoils." JOURNAL OF SHIP RESEARCH, Vol. 33, No.1, MARCH 1989, pp.16-20.
- [10] Lee, C-S. Lim, Y.-G. and Lee, J.-T., "A Potential-Based Panel Method for the Analysis of a Two-Dimensional Super- or Partially-Cavitating Hydrofoil", Journal of Ship Research, Vol.36, No.2, June 1992, pp.168 ~ 181.
- [11] Kudo, T and Ukon, Y., "Computation on a Two-Dimensional supercavitating Hydrofoil Using the Linear Vortex Panel Method", 日本西部造船會會報, 第 86 號, 1993 年.
- [12] Gotu, T., Kato, H. and Yamaguchi, H., "Non-linear Theory for Supercavitating Foil", 日本西部造船會會報, 第 172 號, 1992 年.
- [13] Takasugi, N., Yamaguchi, H., Kato, H., and Maeda, M., "An Experiment of Cavitating Flow around a Finite Span Hydrofoil", 日本造船學會論文集, 第 172 號, 1992 年.
- [14] 辛敬業, "應用邊界元素法之二維翼面設計方法", 第八屆造船及輪機工程研討會論文集, 1995, pp.314-318.
- [15] 柯永澤, 辛敬業, 孫永清, "空泡螺槳對其上方一平板誘導之表面激振力計算", 第八屆造船及輪機工程研討會論文集, 1995, pp.523-532.
- [16] 陳建宏, 翁英傑, "二維全空蝕水翼的邊界元素法解析", 第十屆中國暨輪機工程研討會論文集, 1997, pp.204-211.
- [17] 郭真祥, 劉人聞, "應用以 B 木條曲線為基礎之高階小板法計算二維水翼勢流場", 中國造船及輪機工程學刊第十七卷第一期, 1998, pp.49-60.

NACA 16_006

Iter	$\sigma(41)$	$\sigma(101)$	$\sigma(201)$	$\sigma(301)$
1	1.0879	0.9175	1.0150	0.9347
2	0.9067	0.9162	0.8830	0.8965
3	0.9678	0.9179	0.9072	0.8990

4	0.9565	0.9185	0.9008	0.8961
5	0.9582	0.9186	0.9022	0.8960
6	0.9579	0.9186	0.9019	0.8958
7	0.9581	0.9186	0.9020	0.8958
8	0.9580	0.9186	0.9020	0.8958
9	0.9580	0.9186	0.9020	0.8958
10	0.9580	0.9186	0.9020	0.8958
11	0.9580	0.9186	0.9020	0.8958
12	0.9580	0.9186	0.9020	0.8958
13	0.9580	0.9186	0.9020	0.8958
14	0.9580	0.9186	0.9020	0.8958
15	0.9580	0.9186	0.9020	0.8958

表 1

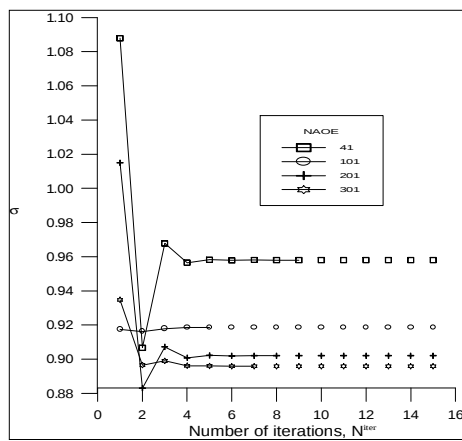


圖 1 NACA 16-006 系列之 σ 在不同迭代次數之結果, $\alpha = 4 \text{ deg}$, $l/c = 0.50$, $N^D = 41, 101, 201, 301$

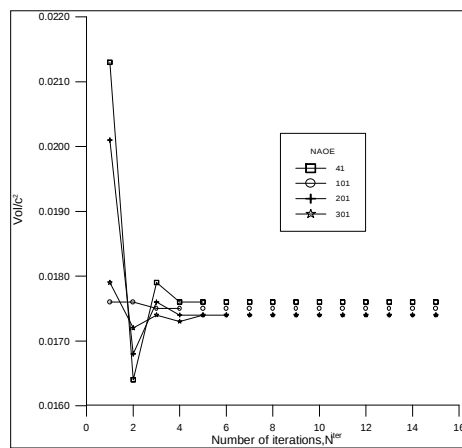


圖 2 NACA 16-006 系列之 V_{oll}/c^2 在不同迭代次數之結果, $\alpha = 4 \text{ deg}$, $l/c = 0.50$, $N^D = 41, 101, 201, 301$

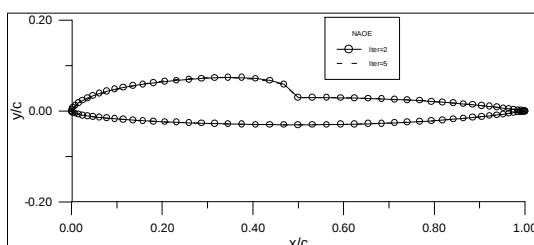


圖 3 NACA 16-006 系列翼形及空泡, $\alpha = 4 \text{ deg}$, $l/c = 0.50$, iter=2($\circ$), iter=5($--$)

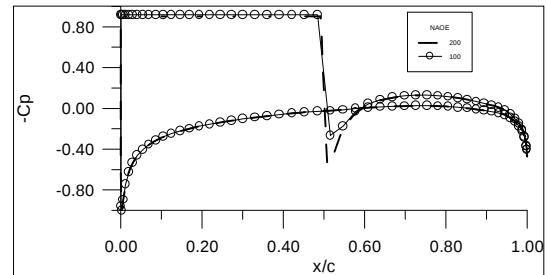


圖 4 NACA 16-006 系列壓力分佈, $l/c = 0.50$, $\alpha = 4 \text{ deg}$, $N^D = 200(--)$, $N^D = 100(\circ)$

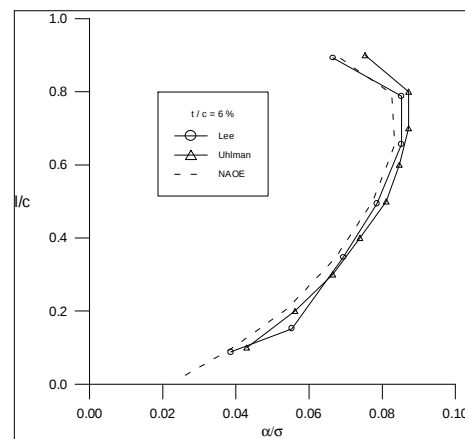


圖 5 l/c vs. α/σ , $t/c = 6\%$, NACA16-006 系列與 Uhlman、Lee 結果之比較

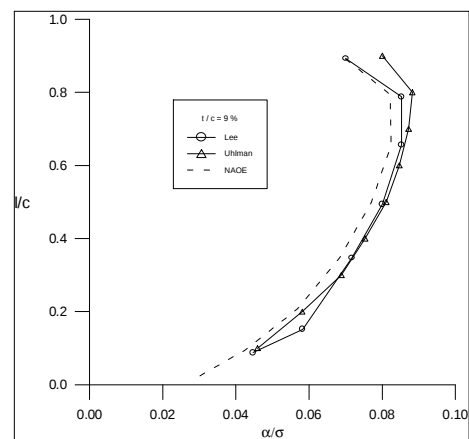


圖 6 l/c vs. α/σ , $t/c = 9\%$, NACA16-006 系列與 Uhlman、Lee 結果之比較

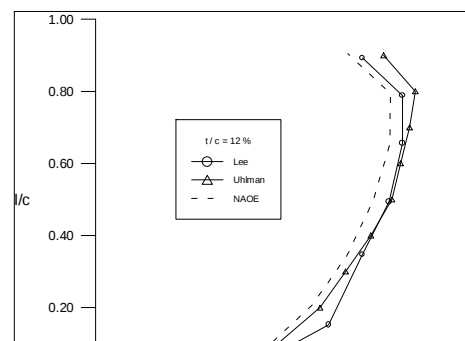


圖 7 l/c vs. α/σ , $t/c=12\%$, NACA16-006 系列與 Uhlman、Lee 結果之比較

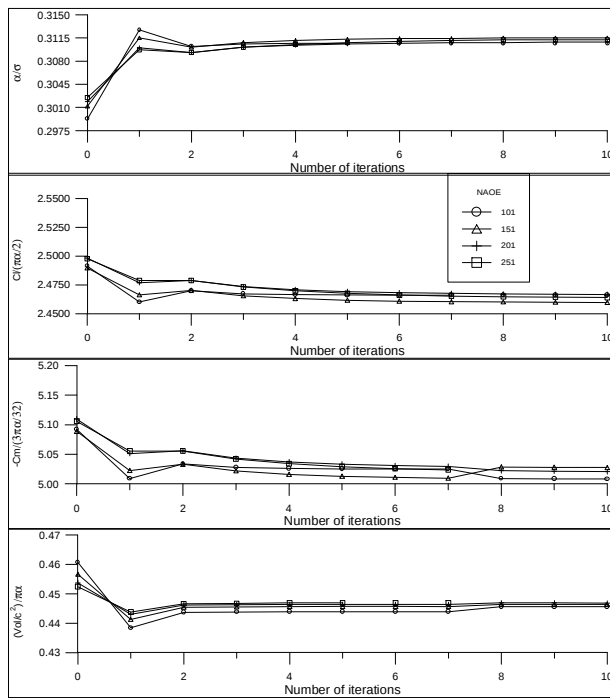


圖 8 α/σ , C_L , C_M , Vol 在不同迭代次數之結果

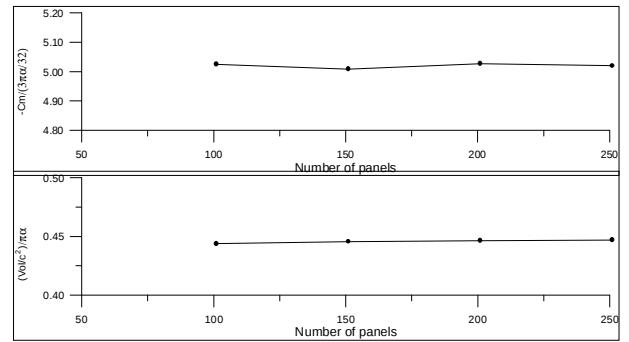


圖 9 α/σ , C_L , C_M , Vol 與小板數目之關係

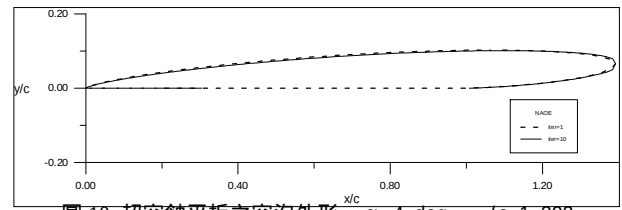


圖 10 超空蝕平板之空泡外形, $\alpha=4^\circ$, $l_{cav}/c=1.392$
 $N^{iter}=1$ (--), $N^{iter}=10$ (—)

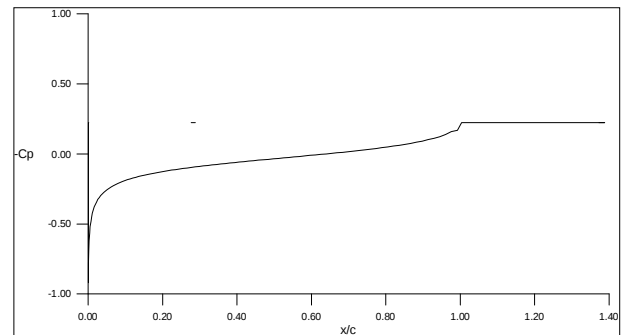


圖 11 超空蝕平板之壓力分佈在 $\alpha=4^\circ$, $l_{cav}/c=1.392$

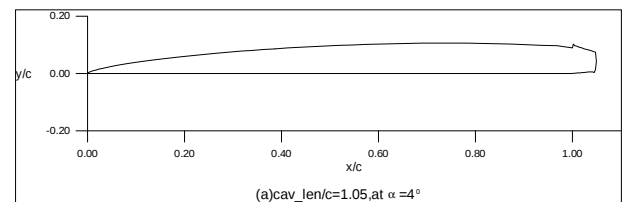


圖 12 超空蝕平板之空泡外形, $\alpha=4^\circ$, $l_{cav}/c=1.05$

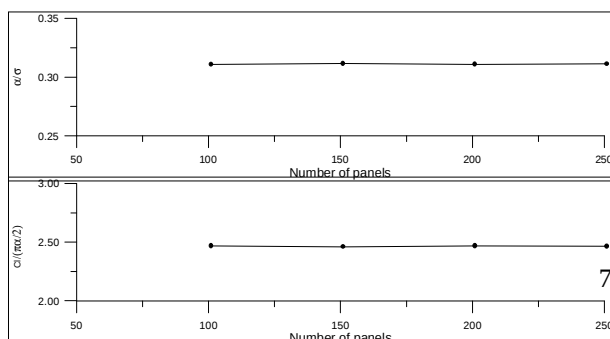
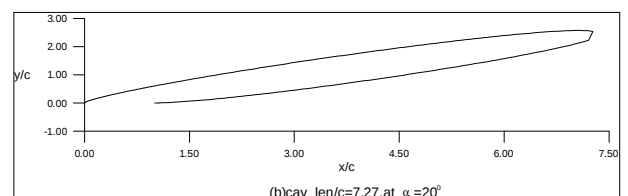


圖 13 超空蝕平板之空泡外形, $\alpha=20 \text{ deg}$, $l_{cav}/c=7.27$

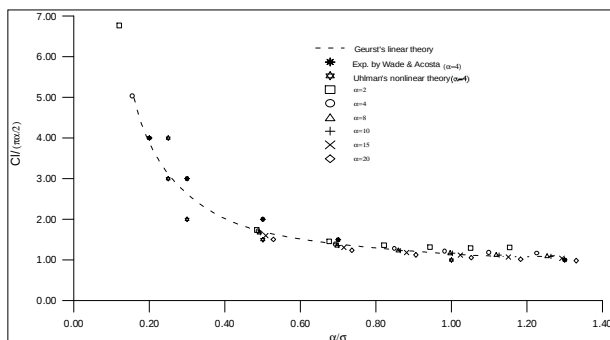


圖 14 超空蝕平板之 l_{cav}/c 與 α/σ 之關係

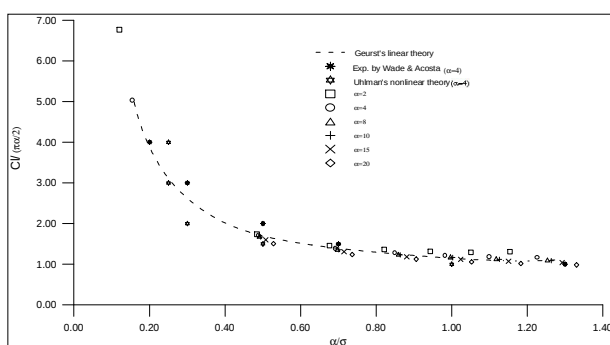


圖 15 超空蝕平板水翼之 $C_L/(\pi \alpha/2)$ 與 α/σ 之關係

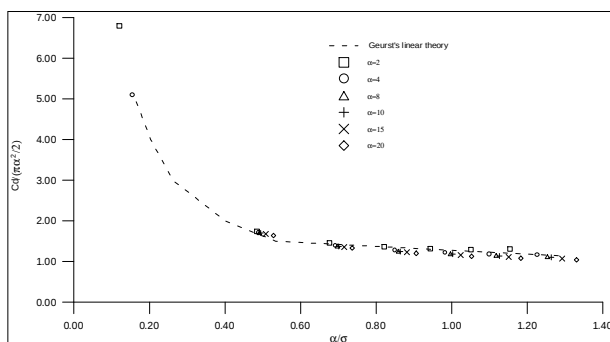


圖 16 超空蝕平板水翼之 $C_D/(\pi \alpha^2/2)$ 與 α/σ 之關係

圖 17 超空蝕平板水翼之 $C_M/(3\pi\alpha/32)$ 與 α/σ 之關係

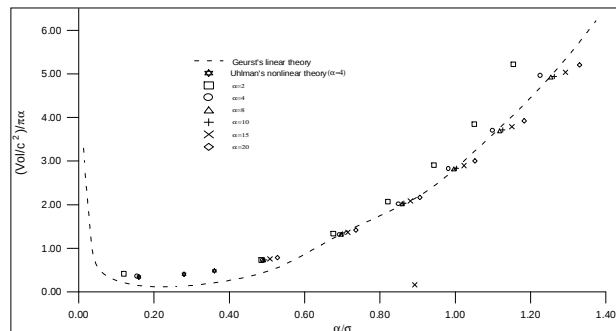


圖 18 超空蝕平板水翼之 $Vol/(\pi \alpha)$ 與 α/σ 之關係

